

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ
ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

УТВЕРЖДАЮ:



проректор по научно-методической
и учебной работе

Е.И. Скафа

«24» апреля 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«АЛГЕБРА»

частично практико-ориентированная дисциплина

Направление подготовки:	<u>01.03.01 Математика</u>
Профиль подготовки:	<u>Математика</u>
Образовательная программа:	<u>Бакалавриат</u>
Квалификация:	<u>Академический бакалавр</u>
Форма обучения:	<u>очная</u>

Донецк 2021

УТВЕРЖДАЮ:

Декан факультета математики и
информационных технологий

И. А. Моисеенко



«20» апреля 2021 г.

МП

Рабочая программа учебной дисциплины **«Алгебра»** составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018 г. № 8; Государственного образовательного стандарта высшего образования (ГОС ВО) Донецкой Народной Республики (ДНР) (проекта) по направлению подготовки 01.03.01 Математика; Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики от 10.11.2017 г. № 1171 (с изменениями и дополнениями); учебного плана и основной профессиональной образовательной программы высшего образования направления подготовки 01.03.01 Математика, профиля: «Математика», разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:

*доцент кафедры высшей математики и методики
преподавания математики,
канд. пед. наук, доцент*

Л. И. Селякова

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры высшей математики и методики преподавания математики

Протокол № 12 от «14» апреля 2021 г.

Заведующий кафедрой

Е. И. Скафа

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий

Протокол № 4 от «14» апреля 2021 г.

Председатель учебно-методической комиссии
факультета математики и информационных технологий

Л. И. Селякова

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Учебная дисциплина «Алгебра» является частично практико-ориентированной дисциплиной и относится к базовой части образовательной программы. Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания и умения, формируемые дисциплинами «Алгебра», «Геометрия» в объеме курса, изучаемого в средней школе. Знания и умения, полученные в ходе изучения дисциплины «Алгебра» являются основой для изучения последующих и сопутствующих дисциплин: «Аналитическая геометрия»; «Математический анализ»; «Дискретная математика»; «Дифференциальные уравнения»; «Топология»; «Математическая логика»; «Комплексный анализ»; «Функциональный анализ»; «Теория вероятностей математическая статистика»; «Теория чисел»; используются при подготовке к сдаче выпускного экзамена.

2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Характеристика учебной дисциплины	Форма обучения	
	Очная	Заочная
Направление подготовки	01.03.01 Математика	
Профиль	Математика	
Образовательная программа	Бакалавриат	
Квалификация	Академический бакалавр	
Количество содержательных модулей и тем	3 (12)	
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	Базовой части	
Формы контроля	1 модульный контроль и экзамен в 1-м семестре; 1 модульный контроль и зачет во 2-м семестре; 1 модульный контроль и экзамен в 3-м семестре	
Год подготовки	1, 2	
Семестр	1, 2, 3	
Количество зачетных единиц	10,5	
Количество часов всего	378	
в т.ч.:		
- лекционных	88	
- практических или семинарских	36	
- лабораторных	70	
- самостоятельной работы	184	
в т.ч. индивидуальное задание		
Недельное количество часов	7,1; 7,1; 7,2	
в т. ч.: - аудиторных	4; 4; 3	
- самостоятельной работы студента	3,1; 3,1; 4,2	

3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель изучения дисциплины «Алгебра» – формирование у студентов базовых знаний по алгебре, а также практических навыков использования алгебраического аппарата.

Задачи заключаются в формировании у студентов готовности применения:

- основных методов алгебры к решению теоретических и прикладных задач;
- основных методов алгебры к построению и исследованию математических моделей реальных процессов, к решению задач элементарной математики;

- языка современной алгебры для формулирования математических понятий и доказательства утверждений;
- общих свойств алгебраических структур к исследованию частных их примеров в математических дисциплинах;
- общих свойств алгебраических структур к анализу и решению конкретных задач, возникающих при изучении математических дисциплин, в научных исследованиях и профессиональной деятельности.

Требования к результатам освоения дисциплины. Процесс изучения дисциплины «Алгебра» направлен на формирование элементов следующих **компетенций** в соответствии с ФГОС ВО РФ, ГОС ВО ДНР (проект) по направлению подготовки 01.03.01 Математика и основной профессиональной образовательной программы высшего образования направления подготовки 01.03.01 Математика, профиля: «Математика»:

Общепрофессиональные компетенции (ОПК):	
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
ОПК-3	Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики
Профессиональные компетенции (ПК):	
ПК-2	Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования в рамках модуля «Предметное обучение. Математика»

Индикаторы достижения компетенций и результаты обучения. Достижение компетенций оценивается на основе таких индикаторов и соответствующих им результатов обучения:

Общепрофессиональные компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1. И-1. Применяет фундаментальные знания в области алгебры для дальнейшего изучения дисциплин и в профессиональной деятельности	Знает теорию основных алгебраических структур (групп, полугрупп, моноидов, колец, полей, линейных пространств), их примеры, изучаемые в математических дисциплинах, подходы к их исследованию.
		Умеет использовать алгебраический аппарат исследования алгебраических операций и отношений на множествах, изучаемых в областях математических и естественных наук.
		Умеет применять основные методы алгебры к построению и исследованию математических моделей реальных процессов, к решению теоретических и прикладных задач.
ОПК-3. Способен использовать в педагогической деятельности научные	ОПК-3. И-1. Использует научные знания в области алгебры в	Знает теорию основных алгебраических структур (групп, полугрупп, моноидов, колец, полей, линейных пространств), их примеры, изучаемые в математических дисциплинах, подходы к их исследованию.

знания в сфере математики и информатики	педагогической деятельности	Умеет использовать алгебраический аппарат исследования алгебраических операций и отношений на множествах, изучаемых в элементарной математике.
		Умеет применять основные методы алгебры к решению задач элементарной математики

Профессиональные компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ПК-2. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования в рамках модуля «Предметное обучение. Математика» (профстандарт 01.001 «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)». ТФ В/03.6)	ПК-2. И-1. Осуществляет педагогическую деятельность по реализации программ по математике, алгебре и геометрии основного и среднего общего образования	Знает теорию основных алгебраических структур (групп, полугрупп, моноидов, колец, полей, линейных пространств), их примеры, изучаемые в математических дисциплинах, подходы к их исследованию.
		Умеет применять знания теории линейных пространств для реализации программ по геометрии (линейное пространство геометрических векторов).
		Умеет применять знания теории полугрупп, моноидов, групп, в том числе линейно упорядоченных для реализации программ по алгебре (числовые структуры относительно сложения, относительно умножения).
		Умеет применять знания теории колец и полей для реализации программ по алгебре (кольцо Z , поле R , кольцо многочленов).
		Умеет применять матричный аппарат и теорию определителей для решения и исследования уравнений и их систем, для постановки и анализа задач элементарной математики.

4. ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Алгебра» предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, лабораторные, практические занятия, самостоятельную работу студентов.

Материал излагается с использованием объяснительно-иллюстративных, эвристических и исследовательских методов обучения. При проведении лекций, лабораторных и практических занятий используются, в том числе информационно-коммуникационные технологии, цифровые образовательные ресурсы, электронные средства обучения.

В учебном процессе широко применяются активные и интерактивные методы обучения, балльно-рейтинговая система оценивания результатов учебной деятельности, компетентностный, деятельностный и интегративный подходы к обучению.

В учебном процессе используются интернет-ресурсы по данному курсу; рассматриваются профессионально ориентированные задачи, используются профессионально направленные средства обучения. Для оценивания результатов учебной деятельности применяются такие измерители как задания для модульных контрольных работ, домашние индивидуальные задания.

Самостоятельная работа студентов предусматривает подготовку конспектов по отдельным вопросам дисциплины, изучение учебной литературы, выполнение домашнего индивидуального задания, индивидуальных проектов.

Тематический план дисциплины «Алгебра»

Темы	Вопросы темы
	<i>Содержательный модуль 1</i>
1. Системы линейных уравнений, метод Гаусса*	Линейные системы и их матрицы. Совместные (определенные, неопределенные) и несовместные системы. Элементарные преобразования систем и матриц. Приведение систем линейных уравнений и их матриц к ступенчатому виду. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Применение систем линейных уравнений к решению геометрических и алгебраических задач. Определители II и III порядков, их применение.
2. Определители n-го порядка	Перестановки из n чисел. Подстановки n-ой степени. Группа подстановок. Определители n-го порядка, определение и свойства. Миноры, алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Методы вычисления определителей. Определитель Вандермонда. Правило Крамера решения систем линейных уравнений*.
3. Алгебра матриц*	Матрицы. Операции сложения матриц и умножения матрицы на число. Свойства операций. Операция умножения матриц. Свойства операции. Теорема об определителе произведения матриц. Обратная матрица, условия существования. Элементарные преобразования и элементарные матрицы, отыскание обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Решение матричных уравнений. Решение систем линейных уравнений.
4. Комплексные числа*	Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексных чисел, операция сопряжения, свойства. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел. Группа корней из 1, первообразные корни. Геометрическая интерпретация действий над комплексными числами, неравенства для модулей.
5. Многочлены от одной переменной*	Кольцо многочленов от одной переменной, делимость с остатком. Свойства делимости многочленов. Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены, критерий взаимной простоты. Корни многочленов. Теорема Безу, следствие. Кратные корни, условия существования. Схема Горнера. Основная теорема алгебры, следствия. Формулы Лагранжа, Виета, Тейлора. Применение в элементарной математике. Многочлены над полем действительных чисел, приводимость, рациональные корни. Поле рациональных дробей, разложение рациональных дробей в сумму простейших. Применение в элементарной математике.
	<i>Содержательный модуль 2</i>

6. Линейные пространства*	Понятие линейного пространства, простейшие следствия из аксиом. Подпространства, линейные оболочки. Сумма и пересечение подпространств, прямая сумма. Линейная независимость и зависимость векторов, эквивалентные системы. Базис пространства, размерность, координаты векторов. Максимальные линейно независимые подсистемы, ранг системы векторов. Ранг матрицы, теорема о ранге матрицы. Связь между базисами пространства, преобразование координат. Изоморфизм пространств. Критерий совместности линейных систем. Однородные системы, базисные решения. Толкование подпространства как множества решений некоторой однородной системы линейных уравнений.
7. Евклидовы пространства*	Евклидово и унитарное пространства. Скалярное произведение, связь с элементарной математикой. Длины векторов, угол между векторами, неравенство Коши-Буняковского. Процедура ортогонализации, ортонормированный базис. Изоморфизм евклидовых пространств. Разложение евклидова пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения. Ортогональная проекция вектора на подпространство, определитель Грама. Метод наименьших квадратов.
8. Квадратичные формы	Линейные функционалы, сопряженные пространства. Билинейные формы, их матрицы. Квадратичные формы. Канонический вид квадратичных форм, метод Лагранжа. Метод Якоби построения канонического базиса. Положительно определенные квадратичные формы, критерий Сильвестра. Закон инерции квадратичных форм. Ранг квадратичных форм и ранг их матриц. Формы в унитарных пространствах, эрмитовы квадратичные формы.
9. Линейные операторы*	Линейные операторы и их матрицы, простейшие свойства. Ядро и ранг линейного оператора. Операции над линейными операторами и матрицами. Связь между матрицами оператора в разных базисах, свойства подобных матриц. Инвариантные подпространства и диагональные матрицы. Характеристические матрицы и характеристические многочлены. Собственные векторы оператора. Условие диагонализации линейных операторов. Линейные операторы в евклидовом (унитарном) пространстве. Сопряженные операторы и их матрицы. Самосопряженные операторы, их диагонализация. Изометрические (ортогональные, унитарные) операторы, свойства. Существование собственного базиса для унитарных операторов. Приведение квадратичных форм к главным осям. Толкование некоторых геометрических преобразований (поворот на угол, симметрия), как линейных операторов, отыскание матриц таких преобразований в ортонормированном базисе.
	<i>Содержательный модуль 3</i>
10. Основные понятия теории групп*	Алгебраические операции, группы, полугруппы, моноиды. Изоморфизмы, теорема Кэли. Подгруппы, системы образующих. Циклические подгруппы (конечные и бесконечные), их описание с точностью до изоморфизма. Гомоморфизмы групп.

11. конструкции на группах. Основная теорема абелевых групп	Смежные классы, теорема Лагранжа. Нормальные подгруппы, факторизация. Теорема о гомоморфизмах групп. Прямые суммы и прямые произведения групп. Разложение циклических групп в прямую сумму. Разложение групп в прямую сумму p -групп. Разложение p -групп в прямую сумму примарных циклических подгрупп.
12. Кольца и поля: основные понятия*	Кольца и поля, простейшие свойства. Идеалы колец, кольца главных идеалов, конгруэнции по модулю идеала. Теорема о гомоморфизмах колец. Прямые суммы колец. Факторизация по простому идеалу. Характеристика полей, простые поля. Поля Галуа. Алгебраические и трансцендентные расширения. Строение простых расширений.

* – практико-ориентированные темы.

Структура дисциплины «Алгебра» по видам учебной деятельности

Названия содержательных модулей и тем	Количество часов									
	Очная форма обучения					Заочная форма обучения				
	Всего	В Т.Ч.				Всего	В Т.Ч.			
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа
Содержательный модуль 1										
1. Системы линейных уравнений, метод Гаусса.	22	4		6	12					
2. Группы, группа подстановок. Определители n-го порядка.	29	10		8	11					
3. Алгебра матриц.	25	8		6	11					
4. Комплексные числа.	23	6		6	11					
5. Многочлены от одной переменной.	29	8		10	11					
Итого по содержательному модулю 1	128	36		36	56					
Содержательный модуль 2										
6. Линейные пространства.	33	10		10	13					
7. Евклидовы пространства.	27	8		6	13					
8. Квадратичные формы.	29	8		8	13					
9. Линейные операторы.	32	8		10	14					
Итого по содержательному модулю 2	121	34		34	53					
Содержательный модуль 3										
10. Основные понятия теории групп.	41	6	10		25					
11. Конструкции на группах. Основная теорема абелевых групп.	43	6	12		25					
12. Кольца и поля: основные понятия.	45	6	14		25					
Итого по содержательному модулю 3	129	18	36		75					
Всего часов	378	88	36	70	184					

5. ТЕМАТИКА ЛЕКЦИОННЫХ, ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Темы лекционных занятий

№ п/п	Содержание темы	Количество часов	
		Очная форма	Заочная форма
1	Системы линейных уравнений, метод Гаусса.	4	
2	Перестановки из n чисел. Подстановки n -ой степени. Группа подстановок	2	
3	Определители n -го порядка, определение и свойства.	2	
4	Миноры, алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.	2	
5	Методы вычисления определителей. Определитель Вандермонда.	2	
6	Правило Крамера решения систем линейных уравнений.	2	
7	Матрицы. Операции сложения матриц и умножения матрицы на число. Свойства операций.	2	
8	Операция умножения матриц. Свойства операции. Теорема об определителе произведения матриц. Обратная матрица, условия существования.	4	
9	Элементарные преобразования и элементарные матрицы, отыскание обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Решение матричных уравнений. Решение систем линейных уравнений.	2	
10	Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексных чисел, операция сопряжения, свойства.	2	
11	Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел. Группа корней из 1, первообразные корни. Геометрическая интерпретация действий над комплексными числами, неравенства для модулей.	4	
12	Кольцо многочленов от одной переменной, делимость с остатком. Свойства делимости многочленов. Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены, критерий взаимной простоты.	3	
13	Корни многочленов. Теорема Безу, следствие. Кратные корни, условия существования. Схема Горнера. Основная теорема алгебры, следствия. Формулы Лагранжа, Виета, Тейлора. Применение в элементарной математике.	3	
14	Многочлены над полем действительных чисел, приводимость, рациональные корни. Поле рациональных дробей, разложение рациональных дробей в сумму простейших. Применение в элементарной математике.	2	
15	Понятие линейного пространства, простейшие следствия из аксиом. Подпространства, определение и критерий.	2	
16	Линейная независимость и зависимость векторов, эквивалентные системы. Базис пространства, размерность, координаты векторов.	2	
17	Максимальные линейно независимые подсистемы, ранг системы векторов. Ранг матрицы, теорема о ранге матрицы. Линейные оболочки. Сумма и пересечение подпространств, прямая сумма.	2	
18	Связь между базисами пространства, преобразование координат. Размерность суммы подпространств. Изоморфизм пространств.	2	

19	Критерий совместности линейных систем. Однородные системы, базисные решения. Толкование подпространств, как решений однородных систем.	2	
20	Евклидово и унитарное пространства. Скалярное произведение, связь с элементарной математикой. Длины векторов, угол между векторами, неравенство Коши-Буняковского. Процедура ортогонализации, ортонормированный базис.	3	
21	Изоморфизм евклидовых пространств. Разложение евклидова пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения. Ортогональная проекция вектора на подпространство, определитель Грамма. Метод наименьших квадратов.	3	
22	Линейные функционалы, сопряженные пространства. Билинейные формы, их матрицы. Квадратичные формы. Канонический вид квадратичных форм, метод Лагранжа.	3	
23	Метод Якоби построения канонического базиса. Положительно определенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.	2	
24	Закон инерции квадратичных форм. Ранг квадратичных форм и ранг их матриц. Формы в унитарных пространствах, эрмитовы квадратичные формы.	3	
25	Линейные операторы и их матрицы, простейшие свойства. Ядро и ранг линейного оператора. Операции над линейными операторами и матрицами. Связь между матрицами оператора в разных базисах, свойства подобных матриц.	2	
26	Инвариантные подпространства и диагональные матрицы. Характеристические матрицы и характеристические многочлены. Собственные векторы оператора. Условие диагонализации линейных операторов.	2	
27	Линейные операторы в евклидовом (унитарном) пространстве. Сопряженные операторы и их матрицы. Самосопряженные операторы, их диагонализация. Изометрические (ортогональные, унитарные) операторы, свойства. Существование собственного базиса для унитарных операторов.	2	
28	Приведение квадратичных форм к главным осям. Толкование некоторых геометрических преобразований (поворот на угол, симметрия), как линейных операторов, отыскание матриц таких преобразований в ортонормированном базисе. Применение в аналитической геометрии, школьной математике.	4	
29	Алгебраические операции, группы, полугруппы, моноиды. Изоморфизмы, теорема Келли. Подгруппы, системы образующих.	3	
30	Циклические подгруппы (конечные и бесконечные), и их описание с точностью до изоморфизма. Гомоморфизмы групп	3	
31	Смежные классы, теорема Лагранжа. Нормальные подгруппы, факторизация. Теорема о гомоморфизмах групп.	2	
32	Прямые суммы и прямые произведения групп. Разложение циклических групп в прямую сумму.	2	
33	Разложение групп в прямую сумму p -групп. Разложение p -групп в прямую сумму примарных циклических подгрупп.	2	
34	Кольца и поля, простейшие свойства. Идеалы колец, кольца главных идеалов, конгруэнции по модулю идеала. Теорема о	4	

	гомоморфизмах колец. Прямые суммы колец. Факторизация по простому идеалу.		
35	Характеристика полей, простые поля. Поля Галуа. Алгебраические и трансцендентные расширения. Строение простых расширений.	2	
Всего		88	

Тексты лекций приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины; в облачном хранилище <https://cloud.mail.ru/public/587N/37KmW2PTT>, в материалах дистанционного курса Линейная алгебра <http://dl.donnu.ru/login/index.php> на платформе Moodle университета.

Темы практических занятий

№ п/п	Содержание темы	Количество часов	
		Очная форма	Заочная форма
1	Алгебраические операции, группы, полугруппы, моноиды. Изоморфизмы, теорема Келли. Подгруппы, системы образующих.	6	
2	Циклические подгруппы (конечные и бесконечные), и их описание с точностью до изоморфизма. Гомоморфизмы групп	6	
3	Смежные классы, теорема Лагранжа. Нормальные подгруппы, факторизация. Теорема о гомоморфизмах групп.	4	
4	Прямые суммы и прямые произведения групп. Разложение циклических групп в прямую сумму.	4	
5	Разложение групп в прямую сумму p -групп. Разложение p -групп в прямую сумму примарных циклических подгрупп.	4	
6	Кольца и поля, простейшие свойства. Идеалы колец, кольца главных идеалов, конгруэнции по модулю идеала. Теорема о гомоморфизмах колец. Прямые суммы колец. Факторизация по простому идеалу.	8	
7	Характеристика полей, простые поля. Поля Галуа. Алгебраические и трансцендентные расширения. Строение простых расширений.	4	
Всего		36	

Планы (практических, семинарских) занятий с указанием рассматриваемых вопросов и выполняемых заданий приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины; в облачном хранилище <https://cloud.mail.ru/public/587N/37KmW2PTT>, в материалах дистанционного курса Линейная алгебра <http://dl.donnu.ru/login/index.php> на платформе Moodle университета.

Темы лабораторных работ

№ п/п	Содержание темы	Количество часов	
		Очная форма	Заочная форма
1	Системы линейных уравнений, метод Гаусса.	4	
2	Перестановки из n чисел. Подстановки n -ой степени. Группа подстановок	2	
3	Определители n -го порядка, определение и свойства.	2	
4	Миноры, алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.	2	
5	Методы вычисления определителей. Определитель Вандермонда.	2	
6	Правило Крамера решения систем линейных уравнений.	2	

7	Матрицы. Операции сложения матриц и умножения матрицы на число. Свойства операций.	2	
8	Операция умножения матриц. Свойства операции. Теорема об определителе произведения матриц. Обратная матрица, условия существования.	4	
9	Элементарные преобразования и элементарные матрицы, отыскание обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Решение матричных уравнений. Решение систем линейных уравнений.	2	
10	Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексных чисел, операция сопряжения, свойства.	2	
11	Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел. Группа корней из 1, первообразные корни. Геометрическая интерпретация действий над комплексными числами, неравенства для модулей.	4	
12	Кольцо многочленов от одной переменной, делимость с остатком. Свойства делимости многочленов. Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены, критерий взаимной простоты.	3	
13	Корни многочленов. Теорема Безу, следствие. Кратные корни, условия существования. Схема Горнера. Основная теорема алгебры, следствия. Формулы Лагранжа, Виета, Тейлора. Применение в элементарной математике.	3	
14	Многочлены над полем действительных чисел, приводимость, рациональные корни. Поле рациональных дробей, разложение рациональных дробей в сумму простейших. Применение в элементарной математике.	2	
15	Понятие линейного пространства, простейшие следствия из аксиом. Подпространства, определение и критерий.	2	
16	Линейная независимость и зависимость векторов, эквивалентные системы. Базис пространства, размерность, координаты векторов.	2	
17	Максимальные линейно независимые подсистемы, ранг системы векторов. Ранг матрицы, теорема о ранге матрицы. Линейные оболочки. Сумма и пересечение подпространств, прямая сумма.	2	
18	Связь между базисами пространства, преобразование координат. Размерность суммы подпространств. Изоморфизм пространств.	2	
19	Критерий совместности линейных систем. Однородные системы, базисные решения. Толкование подпространств, как решений однородных систем.	2	
20	Евклидово и унитарное пространства. Скалярное произведение, связь с элементарной математикой. Длины векторов, угол между векторами, неравенство Коши-Буняковского. Процедура ортогонализации, ортонормированный базис.	3	
21	Изоморфизм евклидовых пространств. Разложение евклидова пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения. Ортогональная проекция вектора на подпространство, определитель Грамма. Метод наименьших квадратов.	3	

22	Линейные функционалы, сопряженные пространства. Билинейные формы, их матрицы. Квадратичные формы. Канонический вид квадратичных форм, метод Лагранжа.	3	
23	Метод Якоби построения канонического базиса. Положительно определенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.	2	
24	Закон инерции квадратичных форм. Ранг квадратичных форм и ранг их матриц. Формы в унитарных пространствах, эрмитовы квадратичные формы.	3	
25	Линейные операторы и их матрицы, простейшие свойства. Ядро и ранг линейного оператора. Операции над линейными операторами и матрицами. Связь между матрицами оператора в разных базисах, свойства подобных матриц.	2	
26	Инвариантные подпространства и диагональные матрицы. Характеристические матрицы и характеристические многочлены. Собственные векторы оператора. Условие диагонализации линейных операторов.	2	
27	Линейные операторы в евклидовом (унитарном) пространстве. Сопряженные операторы и их матрицы. Самосопряженные операторы, их диагонализация. Изометрические (ортогональные, унитарные) операторы, свойства. Существование собственного базиса для унитарных операторов.	2	
28	Приведение квадратичных форм к главным осям. Толкование некоторых геометрических преобразований (поворот на угол, симметрия), как линейных операторов, отыскание матриц таких преобразований в ортонормированном базисе. Применение в аналитической геометрии, школьной математике.	4	
Всего		70	

Содержание лабораторных работ и методические рекомендации к их выполнению приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины; в облачном хранилище <https://cloud.mail.ru/public/587N/37KmW2PTT>, в материалах дистанционного курса Линейная алгебра <http://dl.donnu.ru/login/index.php> на платформе Moodle университета.

6. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

№ п/п	Название темы	Количество часов	
		Очная форма	Заочная форма
1	Системы линейных уравнений, метод Гаусса.	12	
2	Группы, группа подстановок. Определители n-го порядка.	11	
3	Алгебра матриц.	11	
4	Комплексные числа.	11	
5	Многочлены от одной переменной.	11	
6	Линейные пространства.	13	
7	Евклидовы пространства.	13	
8	Квадратичные формы.	13	
9	Линейные операторы.	14	
10	Основные понятия теории групп.	25	
11	Конструкции на группах. Основная теорема абелевых групп.	25	
12	Кольца и поля: основные понятия.	25	
Всего		184	

Содержание самостоятельной (в т.ч. индивидуальной) работы по темам и методические рекомендации по ее выполнению приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины; в облачном хранилище <https://cloud.mail.ru/public/587N/37KmW2PTT>, в материалах дистанционного курса Линейная алгебра <http://dl.donnu.ru/login/index.php> на платформе Moodle университета.

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Содержательный модуль 1

1. Системы линейных уравнений: основные понятия.
2. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
3. Перестановки n -ной степени. Инверсия в перестановке. Транспозиция в перестановке.
4. Подстановки n -ной степени. Четность подстановки. Умножение подстановок, группа подстановок.
5. Определение детерминантов. Свойства определителя.
6. Минор, дополнительный минор, алгебраическое дополнение. Теорема Лапласа.
7. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
8. Матрицы, операции сложения матриц и умножения матриц на число, свойства операций.
9. Умножение матриц, свойства операции.
10. Критерий обратимости матриц.
11. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Равенство комплексных чисел в алгебраической форме записи. Алгебраические операции на множестве комплексных чисел в алгебраической форме.
12. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа.
13. Произведение, частное комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра; вычисление всех значений корня из комплексного числа. Свойства модуля и аргумента.
14. Корни из единицы, мультипликативная группа корней n -ой степени из единицы.
15. Операция сопряжения, ее свойства (с доказательством).
16. Определения группы, моноида, полугруппы, группоида.
17. Определение кольца, коммутативного кольца, кольца с единицей, поля.
18. Кольцо многочленов от одного неизвестного, делимость с остатком. Свойства делимости многочленов.
19. Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены, критерий взаимной простоты.
20. Корни многочленов. Теорема Безу, следствие. Кратные корни, условия их существования.
21. Основная теорема алгебры, следствия.
22. Формулы Лагранжа, Виета, Тейлора. Применение в элементарной математике.
23. Многочлены над полем действительных чисел, приводимость, рациональные корни.

Содержательный модуль 2

24. Понятие линейного пространства, простейшие следствия из аксиом.
25. Подпространства, линейные оболочки.
26. Сумма и пересечение подпространств, прямая сумма.
27. Линейная независимость и зависимость векторов, эквивалентные системы.
28. Базис пространства, размерность, координаты векторов.
29. Максимальные линейно независимые подсистемы, ранг системы векторов. Ранг матрицы, теорема о ранге матрицы.

30. Связь между базисами пространства, преобразование координат.
31. Изоморфизм пространств.
32. Критерий совместности линейных систем.
33. Однородные системы, базисные решения. Толкование подпространств, как решений однородных систем.
34. Евклидово пространства. Скалярное произведение, связь с элементарной математикой.
35. Длины векторов, угол между векторами, неравенство Коши-Буняковского.
36. Процедура ортогонализации, ортонормированный базис.
37. Ортогональная проекция вектора на подпространство, определитель Грамма. Метод наименьших квадратов.
38. Билинейные формы, их матрицы. Квадратичные формы.
39. Канонический вид квадратичных форм, метод Лагранжа.
40. Метод Якоби построения канонического базиса.
41. Положительно определенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.
42. Закон инерции квадратичных форм. Ранг квадратичных форм и ранг их матриц.
43. Линейные операторы и их матрицы, простейшие свойства.
44. Ядро и ранг линейного оператора.
46. Собственные векторы оператора. Условие диагонализации линейных операторов.
47. Линейные операторы в евклидовом (унитарном) пространстве. Сопряженные операторы и их матрицы. Самосопряженные операторы, их диагонализация.
48. Приведение квадратичных форм к главным осям. Толкование некоторых геометрических преобразований (поворот на угол, симметрия), как линейных операторов, отыскание матриц таких преобразований в ортонормированном базисе.

Содержательный модуль 3

49. Алгебраическая операция, группоид, полугруппа, моноид, группа.
50. Изоморфизм групп. Теорема Кэли.
51. Подгруппы: определение и критерий, примеры.
52. Циклические группы.
53. Изоморфизмы циклических групп; порядок элемента группы; конечная и бесконечная циклические группы
54. Левый и правый смежные классы; свойства смежных классов.
55. Теорема Лагранжа; индекс подгруппы в группе.
56. Нормальные подгруппы; критерий нормальности подгрупп.
57. Факторгруппа. Циклическость факторгруппы циклической группы
58. Гомоморфизмы групп, свойства гомоморфизмов.
59. Ядро гомоморфизма.
60. Теорема о гомоморфизмах групп.
61. Прямое произведение (прямая сумма) групп.
62. Критерии прямого произведения (прямой суммы) групп.
63. Примарные циклические группы. Теорема о примарных циклических группах.
64. Основная теорема теории конечных абелевых групп.
65. Определение и примеры колец. Простейшие свойства.
66. Определение и примеры полей.
67. Подкольцо и подполе, критерий подкольца и подполя.
68. Идеал, главный идеал; критерий идеала.
69. Изоморфизм и гомоморфизм кольца; ядро гомоморфизма.
70. Сравнение по модулю идеала, факторкольцо.
71. Теорема о гомоморфизмах колец.
72. Характеристика поля.
73. Простое поле; теорема о строении простых полей. Расширение полей.

8. ОБРАЗЕЦ ЗАДАНИЯ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Образовательная программа: бакалавриат
 Направление подготовки: 01.03.01 Математика
 Профиль: Математика
 Очная форма обучения. Семестр: 1
 Учебная дисциплина: Алгебра

Модульная контрольная работа

Вариант № 1

1. Понятие линейного пространства, простейшие следствия из аксиом (доказать 2-3 свойства).
2. Линейные операторы и их матрицы, простейшие свойства.
3. Показать, что множество $U = \left\{ \begin{pmatrix} a-b & b-c \\ c & 0 \end{pmatrix} \mid a, b, c \in R \right\}$ является подпространством некоторого линейного пространства, найти базис и размерность.
4. Можно ли в пространстве всех многочленов от x над R степени не выше второй задать скалярное произведение формулой.
 - а) $(f, g) = f(-1)g(0) + f(0)g(1) + f(1)g(-1)$;
 - б) $(f, g) = f(0)g(0) + f(1)g(1) + f(2)g(2)$;
 - в) $(f, g) = f(0)g(0) + f(1)g(1)$?
5. Могут ли линейно зависимые векторы отобразиться в линейно независимые векторы при действии некоторого линейного оператора. Доказать.

9. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1	10
2	10
3	10
4	10
5	10
<i>Всего</i>	<i>50</i>

10. ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Образовательная программа: бакалавриат
 Направление подготовки: 01.03.01 Математика
 Профиль: Математика
 Очная форма обучения. Семестр: 1
 Учебная дисциплина: Алгебра

Экзаменационный билет № 1

1. Системы линейных уравнений, решение системы линейных уравнений. Эквивалентные системы. Элементарные преобразования систем линейных уравнений.
2. Критерий существования обратной матрицы.

3. Вычислить матрицу $C^{-1}BC$, если $B = \begin{pmatrix} 17 & -6 \\ 35 & -12 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить

$$|M| = \begin{vmatrix} 0 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 5 & 4 & 0 \\ 7 & 7 & 6 & 4 \\ 4 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

5. Докажите, что неопределенная система линейных уравнений имеет бесконечно много решений.

Утверждено на заседании кафедры высшей математики и методики преподавания математики
протокол № ____ от « ____ » _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой
Экзаменатор

Е.И. Скафа
Л.И. Селякова

11. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО ЗАДАНИЯ

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1	10
2	10
3	10
4	10
5	10
Всего	50

12. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОБЩЕЙ УСПЕВАЕМОСТИ

Общая оценка знаний студентов по дисциплине проводится по 100-балльной шкале согласно таким критериям, приведенным в таблице ниже.

Содержательные модули	Вид работы	Баллы
Содержательный модуль 1 (1 семестр)	Выполнение домашних индивидуальных заданий	50
	Модульная контрольная работа /экзамен	50
	Итого	100
Содержательный модуль 2 (2 семестр)	Выполнение домашних индивидуальных заданий	50
	Модульная контрольная работа	50
	Итого	100
Содержательный модуль 3 (3 семестр)	Выполнение домашних индивидуальных заданий	50
	Модульная контрольная работа / экзамен	50
	Итого	100

Порядок оценивания учебных достижений обучающихся

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале	
		экзамен, дифференцированный зачет	зачет
A	90-100	5 (отлично)	зачтено
B	80-89	4 (хорошо)	зачтено
C	75-79	4 (хорошо)	зачтено
D	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной аттестации	не зачтено
F	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

13. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в главном учебном корпусе (ул. Университетская, 24, Донецк, 283001, ДНР) университета. Для проведения лекционных и практических занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных.

В процессе обучения студенты имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине «Математическая логика», размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ГОУ ВПО «ДонНУ».

14. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

№ п/п	Наименование	Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ	Наличие электронной версии в ЭБС
<i>Основная литература</i>			
1.	Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям "Математика", "Прикладная математика" / А. Г. Курош. – 17-е изд. – Санкт-Петербург : Лань, 2008. – 431 с.	96	
2.	Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И. В. Проскуряков. – Изд. 13-е. – Санкт-Петербург : Лань ; Москва, 2010. – 480 с.	28	
3.	Зыза, А. В. Алгебра: методика обучения студентов педагогических направлений [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие. Ч. 1 / А. В. Зыза, А. М. Кизименко, Л. И. Селякова ; ГОУ ВПО "Донецкий национальный университет", Кафедра высшей		+

	математики и методики преподавания математики. - Донецк : ДонНУ, 2018. - Электронные текстовые данные (1 файл).		
4.	Селякова, Л. И. Алгебраические структуры в системе фундаментальной подготовки будущего учителя [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Л. И. Селякова ; ГОУ ВПО "Донецкий национальный университет". - Донецк : ДонНУ, 2016. - Электронные данные (1 файл).		+
<i>Дополнительная литература</i>			
5.	Фаддеев, Д. К. Лекции по алгебре: учеб. пособие для вузов, обучающихся по направлениям подготовки и специальностям в области естественнонауч., пед. и техн. наук / Д.К. Фаддеев. – Изд. 3-е, стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2007. – 415 с.	27	
6.	Фаддеев, Д. К. Задачи по высшей алгебре : учеб. пособие для студентов вузов, обучающ. по мат. специальностям / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. – Изд. 17-е. – Санкт-Петербург : Лань, 2008. – 288 с.	28	

15. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. Научная электронная библиотека «Elibrary» – <http://elibrary.ru/defaultx.asp>;
2. Электронно-библиотечная система Донецкого национального университета – <http://library.donnu.ru>;
3. Электронная библиотека - <http://www.mailcleanerplus.com/profit/elbib/obrlib.php>

16. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДОННУ № 46484614);
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДОННУ лицензия № 46472919);
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы DreamSpark для высших учебных заведений);
4. Лицензии GPL для свободного программного обеспечения: Антивирус Касперского, Libre Office, Adobe Acrobat Reader, xPDF, Paint.NET.

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры _____ без изменений на 202__ год. Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 202__ г.

Зав. Кафедрой _____

подпись

ФИО

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры _____ без изменений на 202__ год. Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 202__ г.

Зав. Кафедрой _____

подпись

ФИО